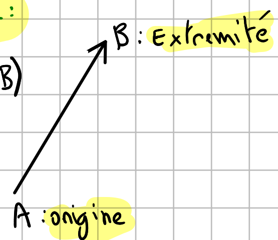
Résumé (8) : Vecteurs & Translation

Prof : Ilyas Ouzrour

I. Vecteurs ↓↓↓

1. Caractéristique :

$\overrightarrow{AB}$ {
- **Direction** : la droite (AB)
- **Sens** : de A vers B
- **Norme** : AB



2. = des vecteurs :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **si**
- * ont la même direction :
  - (1) partage la même droite : $(AB) = (CD)$
  - (2) leurs droites sont parallèles : $(AB) \parallel (CD)$
- * même sens : $A \to B \Rightarrow C \to D$
- * même norme : $AB = CD$

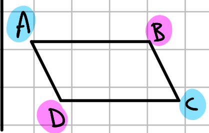
3. + des vecteurs

(1) Chasles

Division : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB}$

Fusion : $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB}$

(2) Parallélogramme



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

4. − des vecteurs

✓ Loi de l'opposé : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ (on change les places)

✓ vecteur nul : $\overrightarrow{O}$ ✓ $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \dots = \overrightarrow{ZZ} = \overrightarrow{O}$

5. × Vecteur × réel

$\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$

- $k > 0$ {
  - ✓ même direction
  - ✓ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens
  - ✓ $AM = k \cdot AB$
- $k < 0$ {
  - ✓ même direction
  - ✓ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont des sens différents
  - ✓ $AM = -k \cdot AB$

II. Translation :

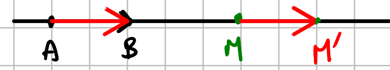
1. Définition et cas possibles

Le point M' est l'image du point M par translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (qui transforme A en B) : $t_{\overrightarrow{AB}}$

si et seulement si $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

1er cas : A, B, M alignés

(1) $M \in (AB)$
(2) $t_{\overrightarrow{AB}}$ donne $M' \in (AB)$



2ème cas : A, B, M Non alignés

(1) $M \notin (AB)$
(2) $t_{\overrightarrow{AB}}$ donne un parallélogramme ABM'M

2. = vecteurs et Translation

A' et B' sont des images respectifs de A et B par la même Translation T, alors : $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$

3. Images de quelques figures par $t_{\overrightarrow{AB}}$

⚠ À retenir

Nature de figure	Symbole	Son image	Déduction	figure géométrique
Droite	(D)	(D')	$(D) \parallel (D')$	
Segment	[MN]	[M'N']	(1) $MN = M'N'$ (2) $(MN) \parallel (M'N')$	
Angles	$\widehat{MON}$	$\widehat{M'O'N'}$	$\widehat{MON} = \widehat{M'O'N'}$ (la Translation conserve les mesures des angles)	
Cercle	$C(O,r)$	$C'(O',r)$	ont le même rayon	

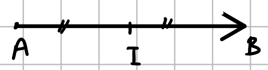
4. Propriétés de translation

La translation conserve

L'alignement · milieu · Distance · Angles

6. Le vecteur et les milieux

✓ I milieu [AB] ⟶
- (1) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
- (2) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{O}$
- (3) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$



✓ Pour montrer que I milieu [AB], on montre (1) ou (2) ou (3).

7. Alignement des points et parallélisme

✓ A, B, C sont alignés **si**
- (1) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
- (2) $\overrightarrow{BA} = k\overrightarrow{BC}$
- (3) $\overrightarrow{CA} = k\overrightarrow{CB}$

✓ $(AB) \parallel (MN)$ **si** $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{MN}$

(on dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires)